

Baár Tamás, Bauer Péter

## A REPÜLÉSI BIZTONSÁG NÖVELÉSE LEVEGŐHÖZ KÉPESTI SEBESSÉG MÁS SZENZOROKRA TÁMASZKODÓ BECSLÉSÉVEL

*A cikk egy lehetséges sebességbecslő eljárást mutat be, mely a levegőhöz képesti sebesség mellett pontos információkat szolgáltat a háromdimenziós szélvektorról, állásszögről és csúszási szögről is. A módszer a repülőgép különböző repülési sebességek mellett elkészített lineáris időinvariáns egyensúlyi modelljein alapul. A sebességbecslés alapját a több modellen alapuló eljárások szolgáltatják. Az algoritmus valósághű tesztelése érdekében a bemutatott eljárás kiértékelése a NASA Airstar repülőgép számítógépes modelljén végzett szimulációk segítségével történt, mely során egy kétkörös szabályzás megvalósításával a repülőgép útvonalpont-követésre is képes. A külső kör egy PID a belső egy Lineáris Paraméter Változós (LPV) szabályozóból áll. Az utóbbi ütemezése a levegőhöz képesti sebesség mért vagy becsült értéke alapján is lehetséges. Ezáltal egy olyan, a Pitot-cső mérésétől teljesen független szabályzó rendszer alkotható meg, mely képes manőverező útvonalpont követés végrehajtására a Pitot-csőves sebességmérő rendszer teljes kiesése esetén is.*

**Kulcsszavak:** sebességbecslés, szélbecslés, Pitot-cső jegesedés, útvonalpont-követés, lineáris paraméter változó

### BEVEZETÉS

A repülőgépre ható aerodinamikai erők a test körüli légréteg áramlási sebességének négyzetével arányosak, ezért a sebesség pontos ismerete kulcsfontosságú a biztonságos repülés szempontjából. Az áramlás sebességét leggyakrabban Pitot-csövek segítségével mérik, melyek azonban érzékenyek a különböző fizikai behatásokra, például jegesedésre. Ezért általában több Pitot-cső felszerelése mellett döntenek, melyek egymással párhuzamos méréseket szolgáltatnak, ezáltal növelve a pontos információ rendelkezésre állásának valószínűségét. A jegesedés elkerülése érdekében fűthető Pitot-csöveket alkalmaznak. Az eddig említett fizikai megoldások mellett, az úgynevezett analitikus redundancia is egy járható út, melynek segítségével a rendszer meghibásodások elleni robusztussága tovább növelhető. A módszer alkalmazása során a repülőgép fedélzetén rendelkezésre álló számítási kapacitás kerül felhasználásra a szükséges információk meghatározása érdekében, különböző számítási algoritmusok alapján.

Levegőhöz képesti sebesség becslésére számos megoldás létezik az irodalomban. A szerzők egy modell alapú megközelítést mutatnak be [11]-ben, amely alkalmas a levegőhöz képesti sebesség, az állásszög és a csúszási szög becslésére. A módszer GPS<sup>1</sup>, IMU<sup>2</sup> méréseken, és a repülőgép matematikai modelljének ismeretén alapul, ismertnek feltételezve a különböző repülőgép specifikus aerodinamikai együtthatókat. Egy nemlineáris Kalman-szűrésen alapuló eljárást ismertet [12], IMU, GPS és egy speciális szélirány szenzor segítségével. Az eljárás szenzorkinematikai

---

<sup>1</sup> GPS: Globális Pozícionáló Rendszer (Global Positioning System)

<sup>2</sup> IMU: Inerciális mérőegység, amely gyorsulás és szögsebesség adatokat szolgáltat (Inertial Measurement Unit)

egyenleteken alapul, és független a repülőgép modelljétől. Egy hasonló harmadik megoldást szolgáltat [8], ami szintén kinematikai összefüggéseket alkalmaz. GNSS<sup>3</sup>, IMU, és Pitot-cső mérések segítségével képes szélesség, állásszög és csúszási szög becsléseket szolgáltatni.

A RECONFIGURE („REconfiguration of CONtrol in Flight for Integral Global Upset REcovery”) programban (részletekért lásd [4]), a sebességbecslési eljárást úgy kellett megvalósítani, hogy a Pitot-cső, állásszög, csúszási szög mérések nem elérhetőek, valamint a repülőgép dinamikája csak adott trimm pontokban ismert, lineáris időinvariáns (LTI<sup>4</sup>) modellekként. Ezen megkötések alapján a korábban említett megoldások nem alkalmazhatóak, azonban egy több modellen alapuló becslő eljárás (MMAE<sup>5</sup>) segítségével a probléma megoldható. A megközelítés a repülésben már széles körben bizonyított a hibadetekció és identifikáció témakörében. [10]-ben repülőgép hajtómű szenzorainak meghibásodását detektálták a felhasználásával, míg [3]-ban a VISTA F-16 aktuátorainak a meghibásodását észlelték a segítségével konstans Mach szám és magasság mellett.

Hassani [5]–[7]-ben átfogóan formalizálta az MMAE megközelítést arra az esetre, amikor a rendszer LTI modelleként modellezhető mely egy ismeretlen, de konstans paramétervektortól függ. Mind a mai napig főleg konstans ismeretlen paraméterek becslésére alkalmazták az MMAE megközelítést LTI rendszerek esetében. Csupán egyetlen cikk [14] és annak az alkalmazási példája [13] foglalkozik a megközelítés kidolgozásával LPV rendszerek esetére. Ezen két munkában a szerzők repülőgép jegesedési állapotának becslésével foglalkoznak. A repülőgépet LPV rendszerként modellezik, melynek dinamikája az ismert hosszirányú állapotokat tartalmazza (beleértve a sebesség komponenseket is), a modell ütemezési paramétere az ismertnek feltételezett levegőhöz képesti sebesség, valamint az ismeretlen jegesedési állapot. Ebben az esetben az ismeretlen jegesedést leíró paraméter konstans, vagy pedig lassan változó.

Jelen cikkben a szerzők azt vizsgálják, hogy hogyan alkalmazható az MMAE megoldás egy folytonosan változó ismeretlen paraméternek a becslésére egy repülőgépes alkalmazási példán keresztül, ahol az ismeretlen paraméter a repülőgép levegőhöz képesti sebessége. A második fejezetben bemutatásra kerül az MMAE becslő eljárás, míg a harmadik fejezet bemutatja ennek alkalmazhatóságát a levegőhöz képesti sebesség becslésére. A negyedik fejezet bemutat egy útvonalkövető robotpilóta rendszert, melyet felhasználva az ötödik fejezetben részletes szimulációk segítségével történik a becslő algoritmus kiértékelése. A hatodik fejezetben kerül összegzésre a bemutatott munka, és a fejezet egyben ki is jelöli a továbblépési irányokat.

## A TÖBB MODELLRE TÁMASZKODÓ BECSLŐ MEGKÖZELÍTÉS BEMUTATÁSA

A fejezet célja, hogy áttekintést nyújtson az MMAE megközelítésről. Az érdeklődő olvasó a téma mélyebb kidolgozását többek között az [5], és [6] publikációkban találhatja. Tekintsünk egy  $G(\theta)$ -val jelölt rendszert, ami az ismeretlen  $\theta$  paraméter függvényében változik. Becslési feladatként a rendszer ismeretlen  $x_t$  állapotvektorát, valamint az ismeretlen paraméter értékét szeretnénk

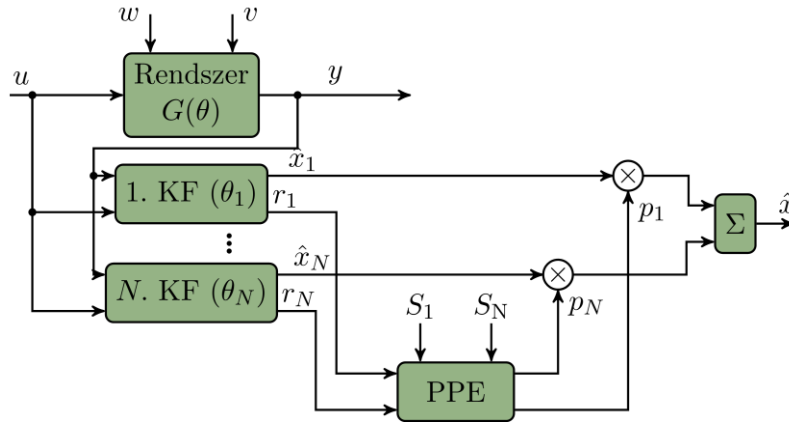
---

<sup>3</sup>GNSS: Globális navigációs műholdrendszerek (Global Navigation Satellite Systems), GPS, GLONASS, Galileo, BEIDOU, SBAS, QZSS.

<sup>4</sup>LTI: Linear Time Invariant

<sup>5</sup>MMAE: Multiple Model Adaptive Estimation

meghatározni. Abban az esetben, ha a rendszerdinamika ismert az ismert ( $u_t$ ) bemenetek és ( $y_t$ ) kimenetek függvényében egy adott  $\theta$  érték mellett, akkor lehetőségünk van LTI modellek készítésére az adott  $\theta$  paraméterértékek mellett. N darab eltérő  $\theta$  érték mellett elkészített LTI modell segítségével a rendszerdinamika egy kiválasztott tartománya lefedhető. Így állapot megfigyelők tervezésével lehetségessé válik az ismeretlen  $G(\theta)$  rendszer állapotainak és a  $\theta$  paraméter értékének a becslése. Az 1. ábra részletesen bemutatja a több modellen alapuló becslő felépítését.



1 ábra A több modellen alapuló becslő felépítése

A paraméterfüggő MIMO<sup>6</sup> LTI rendszerek adott  $\theta$  paraméterérték mellett a következő egyenletekkel írhatóak le

$$\begin{aligned} x_{i,t+1} &= A_i x_{i,t} + B_i u_t + W_i w_t, \\ y_{i,t} &= C_i x_{i,t} + D_i u_t + V_i v_t, \end{aligned} \quad (1)$$

ahol  $x_{i,t} \in \mathbb{R}^n$  jelöli a rendszer állapotait,  $u_t \in \mathbb{R}^m$  a rendszer bemenete,  $y_{i,t} \in \mathbb{R}^p$  a mért zajos kimenet,  $w_t \in \mathbb{R}^r$  a rendszer nem mérhető bemeneti zavarása, és  $v_t \in \mathbb{R}^q$  a mérési zaj. A  $w_t$  és  $v_t$  vektorok nulla várható értékű Gauss eloszlású sorozatok, amik egymással korrelálatlanok,  $E[w_t; w_\tau] = Q_{t\tau}$  és  $E[v_t; v_\tau] = R_{t\tau}$  kovarianciákkal. Az  $x_{i,0}$  kezdeti feltétele (1)-nek egy Gauss eloszlású véletlen vektor  $E\{x_{i,0}\} = x_{i,0}$  átlaggal és  $E\{x_{i,0} x_{i,0}^T\} = P_i(0)$  kovarianciával. Az  $A_i$ ,  $B_i$ ,  $W_i$ ,  $C_i$ ,  $D_i$ , és  $V_i$  az ismeretlen ( $\theta_i$ ) paraméter függvényei  $i$  indexeléssel. Számos esetben a  $W_i = I$  és  $V_i = I$  feltételezés megtehető. A  $t$  és  $t + 1$  jelölések egymás után következő diszkrét időlépéseket jelölnek.

A becslési feladat megoldásához állandósult állapotú Kálmán-szűrőket (KF) használunk, melyek egyenletei az alábbi alakot öltik

$$\begin{aligned} \bar{x}_{i,t+1} &= A_i \hat{x}_{i,t} + B_i u_t, \\ \hat{x}_{i,t+1} &= \bar{x}_{i,t+1} + L[y_{t+1} - C_i \bar{x}_{i,t+1}]. \end{aligned} \quad (2)$$

Minden becslő egy  $\hat{x}_{i,t}$  állapotbecslést szolgáltat ahol  $i = 1 \dots N$ . Ahogy az 1. ábra szemlélteti a végleges állapotbecslést ( $\hat{x}_t$ ) a (3)-mal adott összefüggés szolgáltatja, mint az  $\hat{x}_{i,t}$  állapotbecslések súlyozott összege

$$\hat{x}_t = \sum_{i=1}^N p_{i,t} \hat{x}_{i,t}. \quad (3)$$

<sup>6</sup>MIMO: Több bemenetű, több kimenetű rendszer (Multiple – Input, Multiple – Output)

A  $p_{i,t}$ ,  $i = 1 \dots N$  súlyok a posteriori valószínűség számító blokkban (PPE<sup>7</sup>) kerülnek kiszámításra. Ahogy az 1. ábra is mutatja a blokk bemeneteit az  $r_{i,t+1} = y_{t+1} - \bar{y}_{i,t+1|t}$   $i=1 \dots N$  reziduál vektorok (ahol  $\bar{y}_{i,t+1|t} = C_i \bar{x}_{i,t+1}$ ), valamint az  $S_i$  reziduál kovarianciák szolgáltatják az egyes becslőre vonatkozóan. [5]-ben a dinamikus súlyok egy rekurzív formulával számíthatóak

$$p_{i,t+1} = \frac{\beta_i e^{-f_{t+1}^i}}{\sum_{j=1}^N p_{j,t} \beta_j e^{-f_{t+1}^j}} p_{i,t}, \quad (4)$$

ahol  $p_{i,t}$  az a-priori modell valószínűségeket jelöli ( $p_{i_0} = 1/N$  kezdeti értékkel), és  $f_t^i$  valamint  $\beta_i$  az

$$\begin{aligned} f_{t+1}^i &= \\ &= [y_{t+1} - \bar{y}_{i,t+1|t}]^T S_i^{-1} \underbrace{[y_{t+1} - \bar{y}_{i,t+1|t}]}_{r_{i,t+1}} \\ &= r_{i,t+1}^T S_i^{-1} r_{i,t+1}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\beta_i = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} \sqrt{|S_i|}} \quad (6)$$

összefüggésekkel adhatóak meg, ahol  $p$  az  $y(t)$  dimenziója és  $S_i$  az állandósult állapotban vett reziduál kovariancia mátrixa az  $i$ . Kálmán-szűrőnek.  $S_i$  a következőképp definiálható

$$S_i = C_i P_i C_i^T + R_i. \quad (7)$$

Itt  $P_i$  a kapcsolódó Riccati egyenletből számított állandósult állapotbeli állapotbecslési hiba kovariancia mátrixát jelöli az  $i$ . Kálmán-szűrőnek. A reziduál vektorok az állandósult állapotban vett kovariancia mátrixuk inverzével kerülnek skálázásra. A  $\beta_i e^{-f_{t+1}^i}$  tag egy többváltozós Gauss eloszlású valószínűségi sűrűségfüggvényt jelöl. [5]-ben a szerzők bebizonyítják, hogy a  $p_i$  feltételes valószínűsége annak a becslőnek fog 1-hez konvergálni, amelyikhez tartozó  $\theta_i$  paraméter a legközelebb esik a vizsgált valós rendszer ismeretlen  $\theta$  paraméteréhez. Ezzel párhuzamosan a többi becslő valószínűsége 0-ba fog konvergálni állandósult állapotban.

## A TÖBB MODELLRE TÁMASZKODÓ BECSLŐ ALKALMAZÁSA SEBESSÉGBECSLÉSRE

### Általános áttekintés

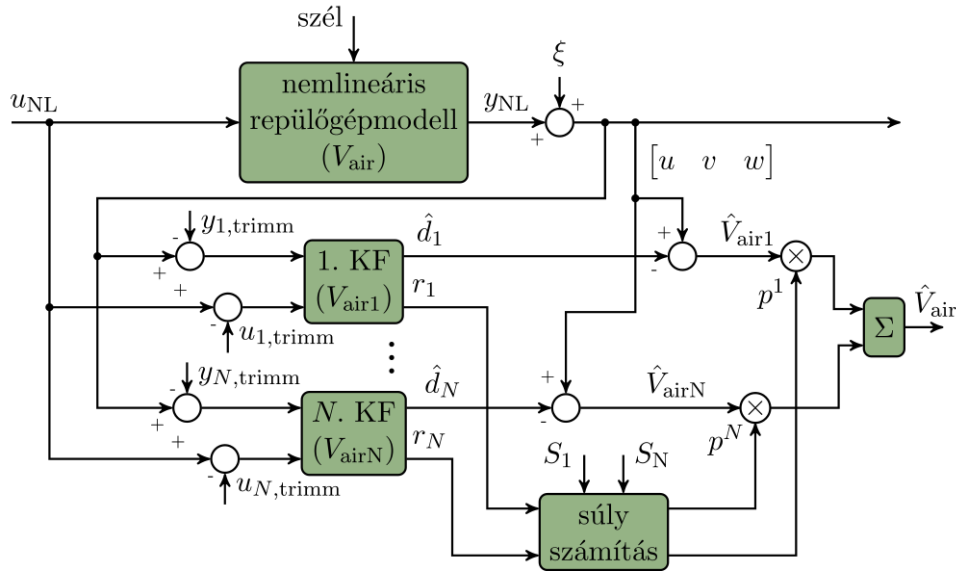
Ez a fejezet azt mutatja be, hogy hogyan lehet a korábban ismertetett MMAE eljárást felhasználni repülőgép levegőhöz képesti sebességének becslésére. Az aerodinamikai felületeken ébredő erők a dinamikus nyomással, és ezen keresztül a levegőhöz képesti sebesség négyzetével arányosak. A kapcsolatot a levegőhöz képesti ( $V_{\text{air}}$ ) és a földhöz képesti (a GPS által mért,  $V_{\text{ground}}$ ) sebesség között a szélháromszög teremti meg, figyelembe véve a szél ( $V_{\text{wind}}$ ) zavaró hatását

$$V_{\text{air}} = V_{\text{ground}} - V_{\text{wind}}. \quad (8)$$

Az elkövetkezőkben mindhárom sebességet háromdimenziós vektorokként vesszük figyelembe. A 2. ábra szemlélteti a sebességbecslő felépítését. A repülőgépet egy nemlineáris rendszerként

<sup>7</sup>PPE: Posterior Probability Evaluator

modellezzük, ami az aktuális levegőhöz képesti sebességtől függ. A modell egy később bemutatott nemlineáris szabályozótól kapja az irányító bemeneteket ( $u_{NL}$ ), és egy ismeretlen háromdimenziós szélzavarás is hat rá. A modell kimeneteit ( $y_{NL}$ ) valamekkora mérési zaj ( $\xi$ ) terheli.



2. ábra Több modellen alapuló becslő levegőhöz képesti sebesség becslésére

A becslés során a vizsgált sebességtartományt  $N$  részre osztottuk. A bemutatott megközelítésben az intervallumok egyenletes lépésközzel kerültek kiosztásra, azonban a későbbiekben az intervallumhatárok figyelembevételére kifinomultabb megközelítések ajánlatosak a jobb teljesítmény elérése érdekében, például ahogy [6]-ban is bemutatják. Minden intervallumhoz tartozik egy LTI Kálmán-szűrő, amely az adott sebesség mellett a legjobban írja le a repülőgép dinamikáját. Mivel a szélzavarást háromdimenziós vektorként szeretnénk megbecsülni, ezért a becsléshez felhasznált modellek a repülőgép hossz- és kereszt dinamikáját egyaránt tartalmazzák. A szűrőket (1) alapján terveztük, figyelembe véve az ismeretlen  $\hat{d}_i$  szélvektort

$$\begin{aligned} x_{i,t+1} &= A_i x_{i,t} + B_i u_t + G_i d_t + W_i w_t \\ y_{i,t} &= C_i x_{i,t} + D_i u_t + H_i d_t + V_i v_t. \end{aligned} \quad (9)$$

Az egyenletben  $G_i$  és  $H_i$  paraméterfüggő mátrixok, amelyek a szél hatását írják le az állapotokra és a mérésekre vonatkozóan. A szelet lassan változó zavarásként vesszük figyelembe, ami a rendszerdinamika alábbi kibővítésével modellezhető:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_{i,t+1} \\ d_{i,t+1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \tilde{A}_i \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i,t} \\ d_{i,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{B}_i \\ 0 \end{bmatrix} u_t + \begin{bmatrix} \tilde{W}_i & 0 \\ 0 & W_{d_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{i,t} \\ w_{d_i,t} \end{bmatrix}, \\ y_t &= \begin{bmatrix} \tilde{C}_i \\ C_i & H_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i,t} \\ d_{i,t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{V}_i & 0 \\ 0 & V_{d_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{i,t} \\ v_{d_i,t} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (10)$$

Az LTI Kálmán-szűrőket (2) alapján tervezhetjük meg,  $\tilde{A}_i$ ,  $\tilde{B}_i$ ,  $\tilde{C}_i$ ,  $\tilde{W}_i$ ,  $\tilde{V}_i$  behelyettesítésével a megfelelő mátrixokba. A szélesség becslések ( $\hat{d}_i$ ) birtokában, az egyes szűrők levegőhöz képesti sebesség becslései a (8)-ban bemutatott szélháromszög alapján a  $\hat{V}_{air,i} = V_{ground} - \hat{d}_i$  összefüggéssel számíthatóak. Az algoritmus által becsült sebesség ( $\hat{V}_{air}$ ), az egyes sebesség

becslések valószínűségekkel súlyozott összege, hasonlóan ahhoz ahogyan ez (3) - ban is történt. A szűrőkhöz tartozó valószínűségeket a megfelelő reziduálok és kovariancia mátrixok segítségével számítjuk. A súlyozó algoritmus stabilabb konvergenciája érdekében a (4)–(6) egyenletek módosításra kerültek. Az elkövetkező alfejezetek megmutatják, hogy miből áll a módosítás és, hogy a korábban említett konvergencia kritériumok a rendszer állandósult állapota esetében a módosított összefüggésekre is teljesülnek.

### Állandósult állapotbeli konvergencia

A korábbi fejezetekben bemutatásra került az (5) becslési hibát jellemző függvény, illetve a súlyok rekurzív számítását leíró (4) összefüggés. Ezen összefüggések felhasznált, módosított alakja

$$\begin{aligned} f_t^i &= \frac{1}{2} q r_{i,t}^T S_i^{-1} r_{i,t}, \\ p_{t+1}^i &= \frac{e^{-f_t^i}}{\sum_{j=1}^N p_t^j e^{-f_t^j}} p_t^i, \end{aligned} \quad (11)$$

ahol  $q$  egy súlyozó konstans,  $r_{i,t}$  az  $i$ . szűrő reziduál vektora, és  $S_i^{-1}$  egy pozitív definit súlyozó mátrix.  $f_t^i$  továbbra is a becslési hibákat jellemző függvény,  $p_t^i$  pedig azt a valószínűséget jelöli, hogy az adott időpillanatban az  $i$ . szűrő a legvalószínűbb. A reziduálok a következőképp számíthatóak

$$r_{i,t} = y_{NL,t} - \bar{y}_{i,t+1|t} - y_{i,trim}, \quad (12)$$

ahol  $y_{NL,t}$  a nemlineáris rendszer mérés vektora,  $\bar{y}_{i,t+1|t}$  az  $i$ . szűrő prediktált kimenete,  $y_{i,trim}$  pedig az adott szűrőhöz tartozó trimm ponti korrekciós érték. Az elkövetkezőkben a már létező szakirodalom alapján bemutatásra kerül, hogy a (11)-el jellemzett összefüggések szintén alkalmazhatóak. A szakirodalommal összhangban feltételezzük, hogy a repülőgép a tranziensek lecsengése után stabil egyensúlyi állapotba kerül (vízszintes konstans sebességű repülés), és így az ismeretlen paraméter értéke konstans lesz. Ezekben az esetekben a  $\lim_{t \rightarrow \infty}$  határérték vizsgálható a levezetések során. Későbbi kutatási terület annak vizsgálata, hogy folyamatosan változó paraméter esetén milyen konvergencia kritériumok adhatóak meg a rendszerre vonatkozóan.

A tény, hogy a szűrőkhöz tartozó valószínűségek összege 1 minden időpillanatban, ha ez a kezdeti értékeikre is teljesült egyszerűen belátható az [5]-ben található első tétel segítségével, így ez itt nem kerül bizonyításra.

Az állítás, hogy a (11)-ben bemutatott  $f_t^i$  felhasználható a számítások során, az alábbiak szerint bizonyítható.

#### *Első megközelítés a valószínűségek állandósult állapotbeli konvergenciájának bizonyítására*

Az első megközelítés [5]-ön alapszik. A hivatkozott cikkben a szerzők feltételezik, hogy az egyik szűrő az ismeretlen paraméter aktuális értéke mellett készült. Egy repülőgép esetében ez a megkötés csak abban az esetben érvényes, ha a repülőgép az egyik szűrőtervezéshez kiválasztott trimm pontban repül. A cikkben kimondott 2. tétel a következőképp módosítható.

**Tétel:**

Jelölje  $i^* \in \{1, 2, \dots, N\}$  index a  $\theta$  különböző értékeihez tartozó parameterértékeket, és legyen  $Y := \{1, 2, \dots, N\} \setminus \{i^*\}$  egy index halmaz. Tegyük fel hogy léteznek  $n_1, t_1, \varepsilon$  pozitív konstansok, hogy minden  $t > t_1$  és  $n > n_1$  esetén az alábbi feltétel teljesül

$$\frac{1}{n} \sum_{\tau=t}^{t+n-1} (f_{\tau}^{i^*} + \varepsilon) < \frac{1}{n} \sum_{\tau=t}^{t+n-1} \min_{j \in Y} f_{\tau}^j. \quad (13)$$

Ekkor ha  $t \rightarrow \infty$ , akkor  $p_t^{i^*} \rightarrow 1$  a (11) összefüggésben.

A (13) egyenletet átrendezve az alábbi összefüggést kapjuk,

$$\frac{1}{n} \left[ \sum_{\tau=t}^{t+n-1} (f_{\tau}^{i^*} + \varepsilon) - \sum_{\tau=t}^{t+n-1} \min_{j \in Y} f_{\tau}^j \right] < -\gamma < 0, \quad (14)$$

ahol  $\gamma$  egy létező pozitív szám, ami felső korlátként szolgál.

*Bizonyítás:*

Jelölje a paraméter aktuális értékéhez tartozó szűrőt  $*$  index. Definiáljuk a  $j$ . ( $j \in Y$ ) és az aktuális paraméterhez tartozó szűrők valószínűségeinek arányát a következőképp

$$P_{i_t^*}^j = \frac{p_t^j}{p_t^{i^*}}. \quad (15)$$

Mivel  $*$  a legpontosabb szűrőhöz tartozik, ezért a  $p_t^{i^*}$  valószínűség értékének mindig a legmagasabbnak kell lennie, és így  $P_{i_t^*}^j$  mindig 1 alatti érték. A (11) összefüggés alapján

$$p_t^i = p_0^i \prod_{\tau=0}^{t-1} \frac{e^{-f_{\tau}^i}}{\sum_{j=1}^N p_{\tau}^j e^{-f_{\tau}^j}} p_{\tau}^i \quad (16)$$

amiből következik hogy

$$P_{i_{t+n}^*}^j = \left[ \prod_{\tau=t}^{t+n-1} \frac{e^{-f_{\tau}^j}}{e^{-f_{\tau}^{i^*}}} \right] P_{i_t^*}^j. \quad (17)$$

Mindkét oldal logaritmusát véve,

$$\begin{aligned} \ln \frac{P_{i_{t+n}^*}^j}{P_{i_t^*}^j} &= \sum_{\tau=t}^{t+n-1} \ln(e^{-f_{\tau}^j}) - \sum_{\tau=t}^{t+n-1} \ln(e^{-f_{\tau}^{i^*}}) = \\ &= \sum_{\tau=t}^{t+n-1} f_{\tau}^{i^*} - \sum_{\tau=t}^{t+n-1} f_{\tau}^j \leq \sum_{\tau=t}^{t+n-1} (f_{\tau}^{i^*} + \varepsilon) - \sum_{\tau=t}^{t+n-1} f_{\tau}^j \leq \\ &\leq -n\gamma < 0. \end{aligned} \quad (18)$$

A (14) egyenlet egy felső határt szolgáltat arra az esetre ha az  $f_{\tau}^{i^*}$  függvényt a  $Y$  halmazból hozzá legközelebb eső  $f_{\tau}^j$  függvénnyel hasonlítjuk össze. Az  $\varepsilon$  tag bevezetésével (18) hasonló alakú lesz (14)-hez, de a különbség nagyobb lehet mint  $-\gamma$  mert a minimum feltételt nem alkalmaztuk  $f_{\tau}^j$ -re. Ezek alapján (18) állítása az alábbiak szerint fogalmazható meg

$$\ln \frac{P_{i_{t+n}^*}^j}{P_{i_t^*}^j} \leq -n\gamma \quad (19)$$

vagy

$$P_{i_{t+n}}^j \leq e^{-n\gamma} P_{i_t}^j. \quad (20)$$

Ennek oka, hogy (13)-ban a különbség a jobb és bal oldal között legalább  $\gamma$ , amíg (18) ennek  $n$  szerez értékét írja le.

Ez azt jelenti hogy  $P_{i_t}^j = \frac{p_t^j}{p_t^{i^*}}$  nullához konvergál minden  $j \in Y$  esetén, ahogy  $n \rightarrow \infty$ . Mivel a kezdeti  $\sum_{i=1}^N p_0^i = 1$  ezért a valószínűségek említett konvergencia tétele szerint  $p_t^j \rightarrow 0$  és  $p_t^{i^*} \rightarrow 1$ . Ez a megközelítés bemutatta, hogy az aktuális paraméterértékre tervezett szűrőhöz tartozó valószínűség a becslők állandósult állapotában egyhez fog konvergálni. A következő megközelítés feloldja azt a megkötést hogy a megtervezett szűrőcsaládnak tartalmaznia kell az aktuális paraméterértékhez tartozó szűrőt, és azt bizonyítja be, hogy a legközelebbi paraméterérték mellett megtervezett becslőhöz tartozó valószínűség fog egyhez konvergálni.

**Második megközelítés a valószínűségek állandósult állapotbeli konvergenciájának bizonyítására**

A második megközelítés a [7] cikkben alapul. A szerzők a becslő algoritmus konvergenciáját valószínűségi sűrűségfüggvények segítségével elemzik. Ebben az alfejezetben az említett cikk alapján bemutatásra kerül, hogy a valószínűségi sűrűségfüggvények helyett egy általánosabb exponenciális függvény is megfelelő választás lehet a súlyozó algoritmus számára, abban az esetben ha magasabb értékeket rendel a pontosabb becslőkhöz. Az előbb elmondottakat szem előtt tartva, (11) felhasználásával minden becslőhöz meghatározhatunk egy  $L_i$  tényezőt az alábbiak szerint

$$L_i = \prod_{\tau=1}^t e^{-\frac{1}{2}qr_{i,\tau}^T S_i^{-1} r_{i,\tau}} = \prod_{\tau=1}^t e^{-f_{i,\tau}}. \quad (21)$$

Az elkövetkezőkben tegyük fel hogy a  $j$ . becslő pontosabb az  $i$ . becslőnél. Ezek után (11) és (21) felhasználásával meghatározhatjuk a  $k_i^j$  és  $K_i^j$  arányokat

$$k_i^j = \frac{e^{-\frac{1}{2}qr_{j,t}^T S_j^{-1} r_{j,t}}}{e^{-\frac{1}{2}qr_{i,t}^T S_i^{-1} r_{i,t}}}, \quad (22)$$

$$K_i^j = \frac{L_j}{L_i} = \prod_{\tau=1}^t \frac{e^{-\frac{1}{2}qr_{j,\tau}^T S_j^{-1} r_{j,\tau}}}{e^{-\frac{1}{2}qr_{i,\tau}^T S_i^{-1} r_{i,\tau}}}.$$

Ha a  $j$ . becslő a nagyobb valószínűséggel pontos, akkor ezen arányok értéke magasabb mint 1. Mindkét oldal logaritmusát véve

$$\log(k_i^j) = \log(e^{-\frac{1}{2}qr_{j,t}^T S_j^{-1} r_{j,t}}) - \log(e^{-\frac{1}{2}qr_{i,t}^T S_i^{-1} r_{i,t}}), \quad (23)$$

$$\log(K_i^j) = \log(L_j) - \log(L_i),$$

miközben

$$\log K_i^j = \sum_1^t \log k_i^j. \quad (24)$$

A következő lépésben határozzuk meg a (23)-ban szereplő első egyenlet várható értékét

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_1^t \log k_i^j = E\{\log(k_i^j)\} = -\frac{q}{2} \overbrace{\text{tr}(S_j^{-1} S_j^*)}^{\Gamma_j^*} + \frac{q}{2} \overbrace{\text{tr}(S_i^{-1} S_i^*)}^{\Gamma_i^*} = \Gamma_i^* - \Gamma_j^*. \quad (25)$$



A \* jelölés ismét a paraméter pontos értékét szimbolizálja, és  $S_i^*$  a becslés kovarianciája amikor a pontos paraméter a \*, de a becslőt az  $i$ . paraméter értékére terveztük. Az  $S_j^*$  hasonlóan értendő, további részletek [7]-ben találhatóak. A  $q$  paraméter egy hangoló konstans, melynek értéke minden becslő esetében azonos.  $\Gamma_i^*$  egyfajta logaritmikus távolságként is értelmezhető a helyes \* és az  $i$ . paraméterérték között, és így (25) egy logaritmikus távolságot ad meg az  $i$ . és  $j$ . paraméter között.

**Tétel:**

Az előbbieket szem előtt tartva az alábbi állítást tehetjük:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} K_i^j = 0 \quad \text{ha} \quad \Gamma_i^* \leq \Gamma_j^*. \quad (26)$$

Az állítás úgy foglалható össze, hogy a  $K_i^j$  által definiált arány akkor és csak akkor tart nullához ha az  $i$ . paraméterérték közelebb van a valóshoz (kisebb a távolsága) mint a  $j$ . paraméter.

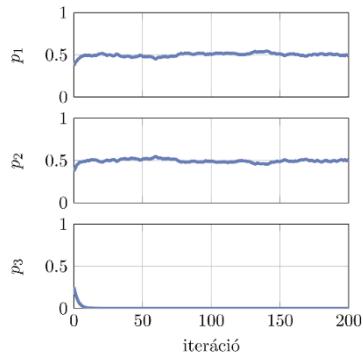
**Bizonyítás:**

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \log K_i^j &= \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{n=1}^t \log k_i^j = \lim_{t \rightarrow \infty} t \overbrace{\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \sum_{n=1}^t \log k_i^j}^{E\{\log k_i^j\}} = \lim_{t \rightarrow \infty} t E\{\log k_i^j\} = \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} t(\Gamma_i^* - \Gamma_j^*) = -\infty \end{aligned} \quad (27)$$

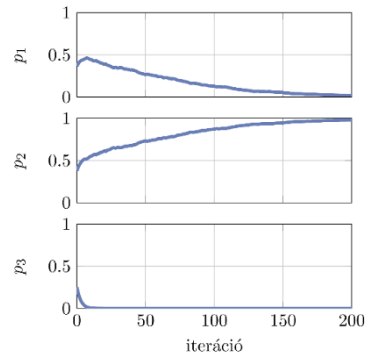
A bizonyítás könnyen megadható a  $K_i^j$  végtelenben vett határértékének meghatározásával. A logaritmus tulajdonságai alapján felhasználjuk a (24) összefüggést, majd (25)-el összehasonlítva a kapott eredmény  $t$  szerese a  $\log k_i^j$  várható értékének. Ha az  $i$ . paraméter pontosabb, akkor a  $\Gamma_i^*$  kisebb, és így egy negatív értéknek vesszük a végtelen szeresét.

Az előbbi bizonyítás értelmében  $K_i^j = 0$  ha az  $i$ . becslő a pontosabb. Az  $f_t^j$  függvénynek csak pozitív értékei lehetnek (mivel egy kvadratikus alakú függvényről van szó, melyben egy pozitív definit súlyozó mátrix is szerepel), valamint a  $K_i^j$  tag csak akkor konvergálhat nullába, ha a számlálója nullába konvergál ( $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-f_t^j} = 0$ ). Ez akkor lehetséges ha a  $j$ . becslőnek magasabb reziduál értékei vannak. Ha az  $e^{-f_t^j}$  nullába tart, akkor a (11) alapján a hozzá tartozó  $p_t^j$  valószínűség is nullába fog tartani. Ebben az esetben a legpontosabb becslőhöz tartozó valószínűség egyhez fog tartani.

A fenti két levezetés megmutatja, hogy a módosított becslő algoritmus a megfelelő súlyokat fogja az adott becslőkhöz rendelni ahogy  $t \rightarrow \infty$ . Azonban ez csak akkor igaz, ha az  $f_t^j$  függvények különböző becslők esetében eltérő értékeket vesznek fel. A becslő algoritmus egyensúlyt találhat és azonos 0,5; 0,5 valószínűséget rendelhet két eltérő becslőhöz, ha a hozzájuk tartozó  $f_t^j$  függvények közel azonos értéket vesznek fel egy hosszabb időtávon keresztül. Ez valós repülések során is megtörténhet, ahogy a 19. ábra szemlélteti később. Ez a jelenség könnyen reprodukálható szimulációk segítségével ami a (11) egyenletet iterálja,  $f_t^1 = 0,2 + rand_1$ ,  $f_t^2 = 0,2 + rand_2$ ,  $f_t^3 = 0,6 + rand_3$  értékekkel, ahol rand egy egyenletes eloszlású véletlen szám a [0; 0,05] intervallumban. Abban az esetben ha a függvények értékét módosítjuk, hogy egy jelentősebb különbség legyen köztük ( $f_t^1 = 0,21 + rand_1$ ,  $f_t^2 = 0,19 + rand_2$ ,  $f_t^3 = 0,6 + rand_3$ ), az algoritmus már konvergálni fog. A 3. és 4. ábra szemlélteti az előbb elmondottakat.



3. ábra A valószínűségek azonos konvergenciája



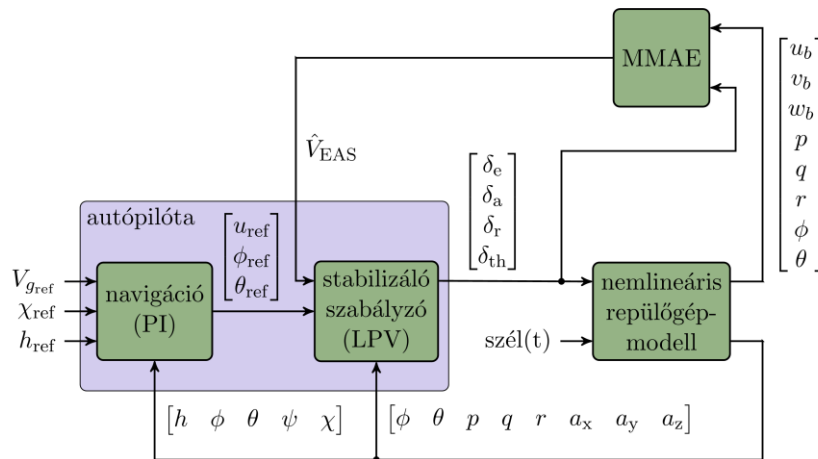
4. ábra A valószínűségek konvergenciája

Amikor a repülőgép gyorsul, az ismeretlen paraméter értéke folyamatosan változik. Későbbi munkákban egy performancia korlátot szeretnénk adni a becslő pontosságára a repülőgép gyorsulása alapján.

## ÚTVONAPLONT KÖVETŐ SZABÁLYZÁS

### Általános áttekintés

A repülőgép robotpilóta rendszerek általában sebesség függők, mivel eltérő repülési sebesség mellett változik a repülőgép kívánt viselkedéséhez szükséges bemenőjel nagysága. Ez azt jelenti, hogy a robotpilóta rendszernek szüksége van a pontos levegőhöz képesti sebesség visszacsatolására. A következőkben egy útvonalpont követést megvalósító robotpilóta rendszer kerül bemutatásra. A korábbi fejezetekben ismertetett sebességbecslést sikeresnek tekintjük, ha a mért, visszacsatolt sebességet a visszacsatoló ágban helyettesíteni lehet a becsült sebességgel.



5. ábra Az robotpilóta rendszer felépítése

A rendszer teljes felépítését az 5. ábra szemlélteti. A repülőgép irányító bemenetét a stabilizáló LPV<sup>8</sup> szabályozó szolgáltatja. A szabályozó ütemezése az Ekvivalens levegőhöz képesti sebesség (EAS<sup>9</sup>) alapján történik. Az LPV szabályozó és a repülőgép modell összekapcsolását belső körnek nevezzük a későbbiekben.

<sup>8</sup>LPV: Lineáris Paraméter Változós rendszer (Linear Parameter-varying)

<sup>9</sup>EAS: Ekvivalens levegőhöz képesti sebesség (Equivalent airspeed)



6. ábra A NASA Airstar repülőgép [15]

A navigációs szabályozó földhöz képesti sebesség ( $V_{g\text{ref}}$ ), irányszög ( $\chi_{\text{ref}}$ ) és magasság ( $h_{\text{ref}}$ ) referenciát követ és orientáció valamint sebesség referenciákat szolgáltat az LPV szabályozó részére. A navigációs szabályozó és a belső kör összekapcsolását külső körnek nevezzük a későbbiekben.

Szimulációs környezetnek a NASA által kifejlesztett Airstar repülőgépmodellt használtuk. Ez, a 6. ábrán látható repülőgép a Boeing 757 utasszállító egy dinamikusan kicsinyített változata. A modell 46 000 szélcsatorna mérés alapján készült, és egy részletes nagy megbízhatóságú nemlineáris szimulációval rendelkezik, MATLAB Simulink környezetben. Az érdeklődők a modell részletes leírását [9]-ben találják.

### A navigációs szabályozó

Ez a fejezet a külső kör felépítésébe enged bepillantást, amely az útvonalpont követésért felelős. A szabályozó 3 referencia jelet követ és referenciákat szolgáltat a belső kör számára. Minden útvonalpontot 4 koordináta ír le, három térbeli és egy földhöz képesti sebesség referencia.

#### *Földhöz képesti sebesség referencia számítása*

Az robotpilóta rendszer a repülőgép test koordinátarendszerben értett földhöz képesti sebességének hosszirányú komponensét ( $u$ ) szabályozza. A referencia bemenet az útvonalponthoz rendelt földhöz képesti sebesség referencia. A repülőgép aktuális orientációja és kívánt repülési iránya alapján a belső kör számára a sebességreferencia a következőképp számítható.

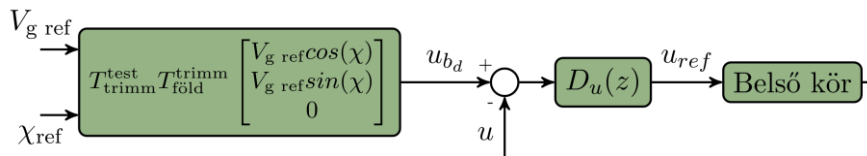
Az aktuális irány ( $\chi$ ) és sebességreferencia ( $V_{g\text{ref}}$ ) alapján a kívánt test koordináta rendszeren lévő sebességreferencia vektor az

$$\begin{bmatrix} u_{bd} \\ v_{bd} \\ w_{bd} \end{bmatrix} = T_{\text{trimm}}^{\text{test}} T_{\text{föld}}^{\text{trimm}} \begin{bmatrix} V_{g\text{ref}} \cos(\chi) \\ V_{g\text{ref}} \sin(\chi) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (28)$$

összefüggéssel adható meg, ahol  $T_{\text{trimm}}^{\text{test}}$  és  $T_{\text{föld}}^{\text{trimm}}$  forgatási mátrixokat jelölnek a trimmből a test, valamint a földből a trimm koordinátarendszerekbe. A forgatásokról részletek [2]-ben találhatóak. A fent említett egyenletben kis pályaszöveget vettünk figyelembe, ezért annak hatását elhanyagoltuk. A földhöz képesti sebességvektor test rendszerbe transzformált első elemét kiválasztva kapható meg a külső kör által követendő sebesség referencia, melynek követését egy PI szabályozó végzi, ami az alábbi diszkrét átviteli függvényvel adott

$$D_u(z) = K_{p,v} + \frac{TK_{i,v}}{1-z^{-1}}. \quad (29)$$

A  $K_{p,v}$ ,  $K_{i,v}$  paraméterek az arányos és integráló tagok erősítését jelölik, míg  $T$  a mintavételi időt. A belső körben lévő  $H_\infty$  LPV szabályozó önmagában nem alkalmas referenciajel követésre, ezért a külső körben kellett egy PI integráló szabályozót alkalmazni. A szabályozó kimenete egy sebesség referencia a belső kör számára. A nem kívánt túl nagy sebességreferencia értékek elkerülése érdekében a PI szabályozó egy anti-windup struktúrával lett kiegészítve. Mivel így a földhöz képesti sebességet szabályozzuk a levegőhöz képesti helyett, így ez a megközelítés nem nyújt védelmet az átesés ellen. A későbbiekben további védelmeket kellhet beépíteni elkerülendő a repülőgép átesését. A sebességreferencia követés összegzése a 7. ábrán látható.



7. ábra Földhöz képesti sebesség referencia követés

### Írány szög referencia követés

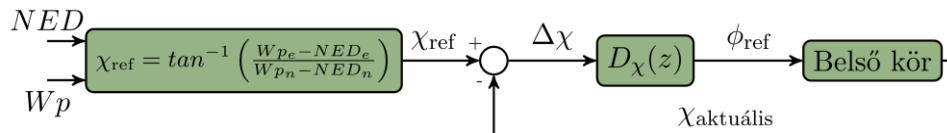
A navigációs szabályozó irány szög követésért felelős alrendszere bedöntési szög referenciát ( $\phi_{ref}$ ) szolgáltat a belső kör számára, az aktuális irány szög és az elérendő útvonalpont elhelyezkedése alapján. Ez a kör felelős az útvonalpontok vízszintes síkban történő követéséért. Első lépésként egy irány szög referencia ( $\chi_{ref}$ ) kerül meghatározásra az aktuális pozíció és az elérendő útvonalpont alapján, ami megmutatja, hogy milyen irányba kell repülni az útvonalpont felé. Ez a

$$\chi_{ref} = \tan^{-1} \left( \frac{Wp_e - NED_e}{Wp_n - NED_n} \right), \quad (30)$$

összefüggéssel tehető meg, ahol  $Wp$  az útvonalpont (Waypoint),  $NED$  a repülőgép pozíció North, East, Down koordináta rendszerben<sup>10</sup>, az  $e$ ,  $n$  indexek a keleti és északi komponenseket jelölik. Ezt követően egy irány szög eltérés ( $\Delta\chi$ ) kerül kiszámításra az aktuális és a referencia irány közt,  $\pm 180^\circ$  közé konvertálva. A kívánt bedöntési szöget ( $\phi_{ref}$ ) egy diszkrét PI szabályozó számítja ki, mely az alábbi átviteli függvényvel jellemezhető

$$D_\chi(z) = K_{p,\chi} + \frac{TK_{i,\chi}}{1-z^{-1}}. \quad (31)$$

Itt  $K_{p,\chi}$ ,  $K_{i,\chi}$  az arányos és integráló tagok erősítései,  $T$  pedig az időállandó. A túl nagy bedöntési szögek elkerülése érdekében, anti-windup került alkalmazásra. A folyamatot a 8. ábra szemlélteti.



8. ábra Földhöz képesti sebesség referencia követés

<sup>10</sup>North, East, Down koordináta rendszer: A repülésben általánosan elfogadott Észak, Kelet, Le irányítású koordináta rendszer

## Magasság referencia követés

A magasság referenciát egy egyszerű PI szabályozó követi, ahol a referencijel az útvonalponthoz rendelt magasság. Az integráló tag szintén anti-windup segítségével kerül korlátozásra, és a szabályozó bólintási szög referenciát szolgáltat, mely a 9. ábrán látható.



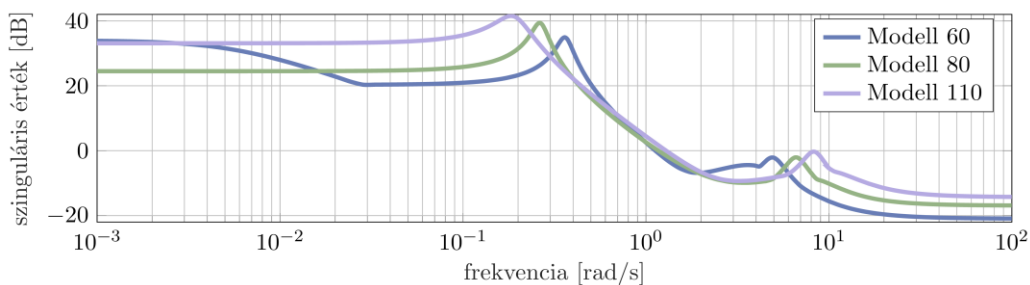
9. ábra Földhözképesti sebesség referencia követés

## Stabilizáló belső szabályozó

A stabilizáló szabályozó egy a paraméter tartomány felosztásával elkészített LPV szabályozó. A kívánt sebességtartomány 60 és 110 kts között terül el, ami három modell segítségével került lefedésre 60, 80 és 110 kts melletti vízszintes, egyenes vonalú repülés mellett kitrimmelve. A modellek a hossz- és kereszt dinamikát is tartalmazzák, azonban a kereszt hatások eltávolításra kerültek. Az állapot ( $x$ ), a bemenet ( $u$ ) valamint a mérési ( $y$ ) vektorok az egyes LTI rendszerekre a következők

$$\begin{aligned} x &= [u_b \ v_b \ w_b \ p \ q \ r \ \phi \ \theta]^T, \\ u &= [\delta_{\text{magassagi}} \ \delta_{\text{csuro}} \ \delta_{\text{oldal}} \ \delta_{\text{gazkar}} \ d_u \ d_v \ d_w]^T, \\ y &= [a_x \ a_y \ a_z \ p \ q \ r \ \phi \ \theta]^T. \end{aligned} \quad (32)$$

Az állapotvektor tartalmazza a háromdimenziós földhöz képesti sebesség koordinátákat test koordináta rendszerben, a szögsebességeket valamint az orsózási és bólintási Euler szögeket. Az ismert bemenetek a magassági kormány, a csűrőkormány, oldalkormány és gázkar állás pozíciók, amiket a három ismeretlen, test-koordinátarendszerben értelmezett szélesebb komponenssel egészítünk ki. A mérési vektor a repülőgép három tengely irányú gyorsulásait, szögsebességeit, valamint az orsózási és bólintási Euler szögeit tartalmazza. A 10. ábra összehasonlítja a három repülőgépmodell szinguláris érték görbéit. Az egyes görbék a MATLAB *sigma* függvényének segítségével kerültek kiszámításra, minden egyes frekvenciapontban az adott modellhez tartozó görbesereg maximumát kiválasztva. A modelleket repülőgép egy dinamikus kicsinyített változata egy utasszállító repülőgéppnek, és ebből eredően lassabb dinamikával rendelkezik. Az ábrán egy rezonanciacsúcs figyelhető meg  $3 \cdot 10^{-1}$  rad/s körül. A szabályozótervezés során a referenciamodellek úgy kerültek kiválasztásra, hogy azok vágási körfrekvenciája alacsonyabb legyen a rezonanciacsúcs frekvenciájánál.

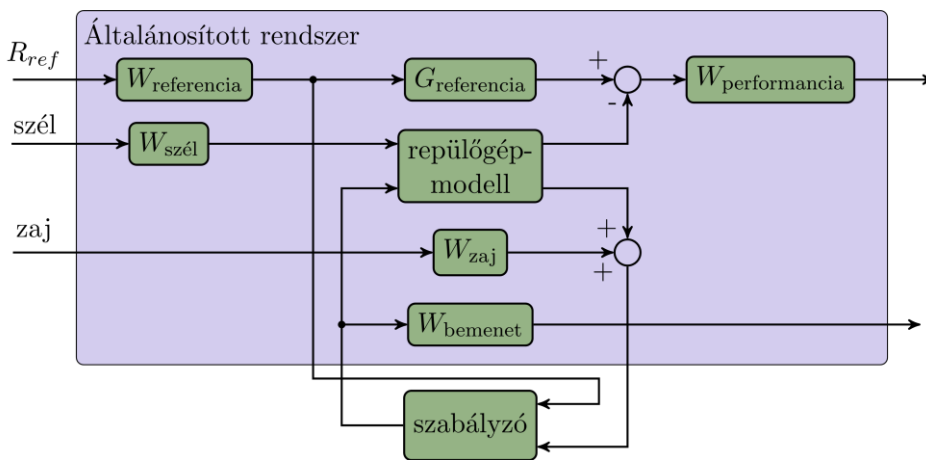


10. ábra A repülőgép modellek sigma görbéi

Az LPV szabályozó az  $lpvsyn$  függvény segítségével került megtervezésre MATLAB környezetben, a 11. ábrán bemutatott általánosított rendszer alapján. Az  $R_{ref}^T = [u_{ref} \ \phi_{ref} \ \theta_{ref}]$  vektor a külső hurokból érkező referenciajeleket tartalmazza. A  $W_{referencia} = \text{diag}\left(2, \frac{\pi}{180}, \frac{\pi}{180}\right)$ ,  $W_{szél} = \text{diag}(0,1; 0,1; 0,1)$  és  $W_{zaj} = I \cdot 10^{-2}$  mátrixok konstans diagonális súlyozó mátrixok a referenciajelek, szélzavarások illetve szenzor zajokra vonatkozóan, ahol  $I$  az egységmátrixot jelöli. A repülés közbeni szélzavarások hatásainak elnyomását nagyjából a külső szabályozási kör végzi, így a belső kör szabályozójának tervezése során ezen zavarások kisebb súlyokkal lettek figyelembe véve.

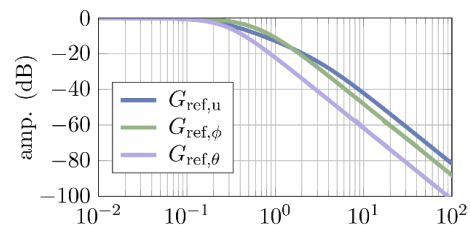
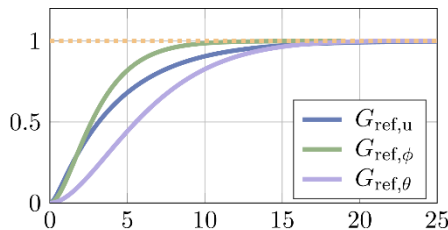
A referenciajelek követéséhez felhasznált referencia modellek a diagonális  $G_{referencia}$  mátrixban lettek összegyűjtve, melynek elemei

$$G_{ref,u} = \frac{1}{1,21s^2+4,4s+1}, \quad G_{ref,\phi} = \frac{1}{2,56s^2+3,2s+1}, \quad G_{ref,\theta} = \frac{1}{12,25s^2+6,3s+1}. \quad (33)$$



11. ábra A szabályozótervezéshez felhasznált általánosított rendszer

A 13. ábra szemlélteti a referenciamodellek Bode amplitúdó diagramját. Az egyes modellek vágási körfrekvenciája úgy lett megválasztva, hogy a szinguláris érték görbéken látható rezonanciacsúcsok frekvenciájánál alacsonyabbak legyenek, a biztos referenciakövetés érdekében. Ez ugyanakkor egy lassabb referenciakövetést is eredményez, ahogyan ez a 12. ábrán is látható, ami lassabb tranziensekhez vezet a zárt rendszerben, így egy „nyugodtabb” kisebb tranziensekkel jellemezhető környezetet teremtve a becslő számára.

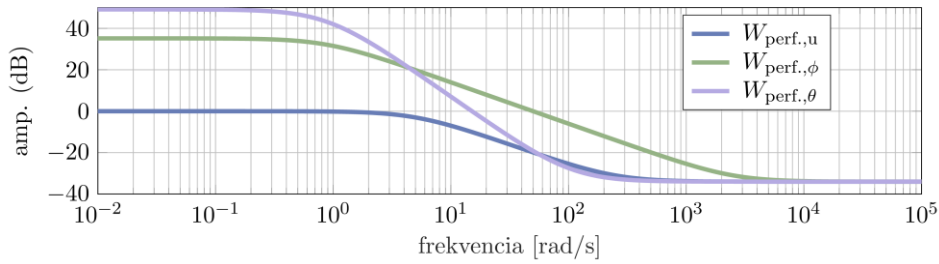


12. ábra A referenciamodellek egységugrás válasza 13. ábra A referenciamodellek Bode amplitúdó diagramja

A szabályozó jelkövetési tulajdonságai a repülőgépmodell vágási körfrekvenciájáig hangsúlyosak. A követési hibákra vonatkozó súlyok ennek megfelelően kerültek megállapításra, és a  $W_{performancia}$  súlyozó mátrixban kaptak helyet, az alábbi értékekkel

$$W_{\text{perf},u} = \frac{0,02s+5}{s+5}, W_{\text{perf},\phi} = \frac{0,02s+50}{s+0,8727}, W_{\text{perf},\theta} = \frac{0,02s^2+4,243s+225}{s^2+1,772s+0,7854}. \quad (34)$$

A kapcsolódó Bode diagram a 14. ábrán látható.

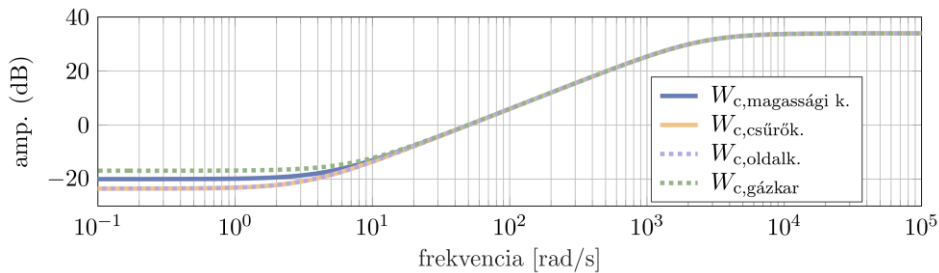


14. ábra A jelkövetési hibákra vonatkozó súlyok Bode amplitúdó diagramjai

Az irányító bemenetek úgy lettek meghatározva, hogy teljesítsék a fent elvárt performanciát. A bemenetek diagonális súlyozó mátrixának 4 eleme van

$$W_{c,\text{magassági}} = \frac{s+5}{0,02s+50}, W_{c,\text{csűrő}} = \frac{s+3,333}{0,02s+50}, W_{c,\text{oldal}} = \frac{s+3,333}{0,02s+50}, W_{c,\text{gázkar}} = \frac{s+7,143}{0,02s+50}. \quad (35)$$

A hozzájuk tartozó Bode amplitúdó diagram pedig 15. ábrán látható.



15. ábra A bemenetek Bode amplitúdó diagramjai

## A becsült levegőhöz képesti sebesség visszacsatolása

A becsülő a korábbi fejezetekben már bemutatásra került, és a levegőhöz képesti sebesség háromdimenziós vektorát, valamint annak abszolút értékét (TAS<sup>11</sup>) szolgáltatja. Azonban az LPV szabályozóban szereplő modellek eltérő Ekvivalens levegőhöz képesti sebességek (EAS) mellett kerültek linearizálásra. A két mennyiség egymásból származtatható megfelelő skálázással

$$EAS = TAS \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}}, \quad (36)$$

ahol  $\rho$  a levegő adott repülési magasságon vett sűrűsége,  $\rho_0$  pedig a nemzetközi egyezményes légkör (ISA) szerinti tengerszinten vett levegősűrűség. Mivel ez az UAV 1500 láb magasságban repül, így ez a skálázás egy egyhez közeli szám.

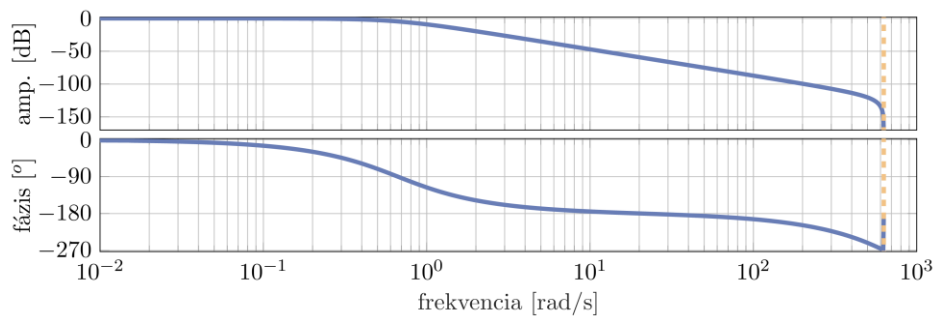
Annak érdekében, hogy egy megfelelően sima ütemezési jelet kapjon a belső körben elhelyezett LPV szabályozó, a becsült sebesség visszacsatolása során egy aluláteresztő szűrőt alkalmazunk

$$D_{LP}(z) = \frac{5,5451e-06(z+0,9981)}{z^2-1,994z+0,9943}, \quad (37)$$

<sup>11</sup>TAS: True Airspeed



diszkrét átviteli függvénnyel, 0,005 s-os mintavételezési idő mellett, ami a hivatalos NASA Airstar Simulink modell mintavételezési ideje. A szűrő Bode diagramja a 16. ábrán látható.



16. ábra Az aluláteresztő szűrő Bode diagramja

## SZIMULÁCIÓS EREDMÉNYEK

Ez a fejezet mutatja be a sebességbecslő valamint az útvonalpont-követő szabályozás nemlineáris szimulációk során elért eredményeit. Két eset került részletes vizsgálatra. Az elsőben a repülőgép egy egyenes útvonalon repül, miközben a teljes sebességtartományon végiggyorsít, majd lassít. Ebben az esetben az LPV szabályozó ütemezése a mért pontos EAS felhasználásával történt, és a külső navigációs szabályozó nem került aktiválásra. A második eset során az összes részrendszer csatlakoztatva van, és a repülőgép egy háromdimenziós iskolakört repül, miközben a belső kör LPV szabályozóját egyszer a mért, egyszer a becsült EAS segítségével ütemezzük.

Az Airstar szimulációs környezet egy nagy részletességgel kidolgozott szimulációs modell, azonban a mi alkalmazásunkat tekintve egy nagy hátránya, hogy csak 60 és 110 kts között sikerült linearizált modelleket kinyerni belőle. Az aerodinamikából származó erők négyzetesen arányosak a levegőhöz képesti sebességgel, és mivel a repülőgép egy szűk sebességtartományon üzemel, ezért a dinamikai modellek között kis különbség van csak. A másik irányból tekintve a dolgokat azonban a becslő eredményei biztatóak, ugyanis ha kis különbségek esetén is képes megkülönböztetni a modelleket, akkor nagyobb sebességintervallumokon ahol a modellek közötti különbségek jobban érvényesülnek még megbízhatóbb eredményeket szolgáltatathat. Így történt az algoritmus egy korábbi verziójának egy az Airbus által szolgáltatott nagy megbízhatóságú modelljén végzett tesztelése során is (lásd [1]).

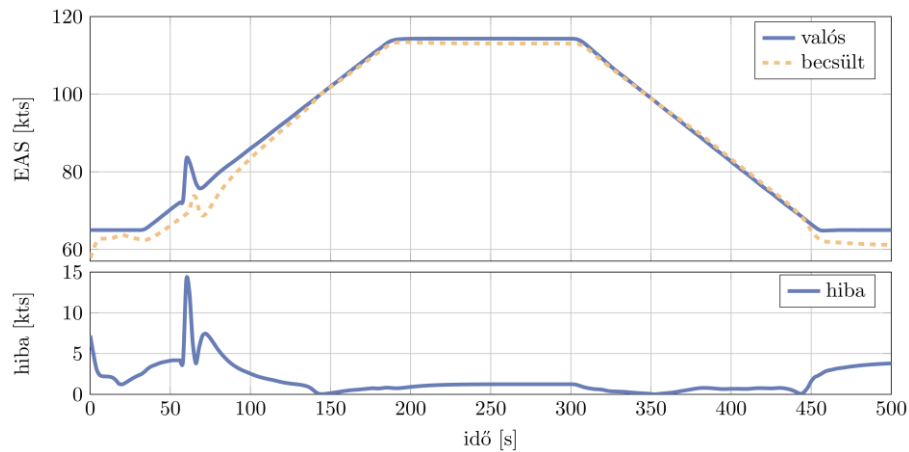
### Egyenes vonalú gyorsítás - lassítás

Ebben az esetben az LPV szabályozó végiggyorsítja, majd lelassítja a repülőgépet a vizsgált sebességtartományban [60, 110] kts. A 60. másodpercnél egy 10 kts nagyságú szembeszél zavarás jelenik meg. A repülőgép egyenes vonalon repül, és a szabályozó folyamatosan az adott sebességhez tartozó trimmponti bőlintási szöveget tartja.

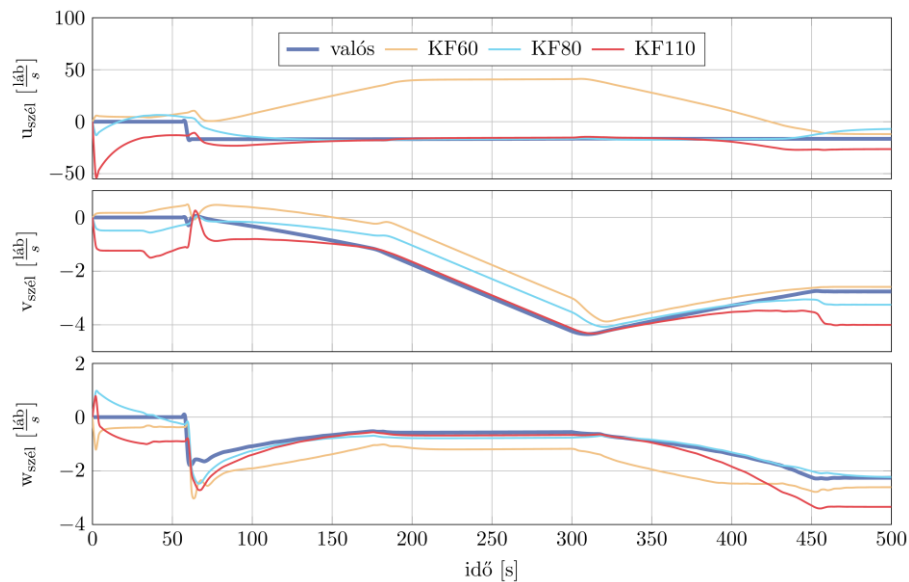
A becsült TAS sebességet EAS-á konvertálva és az aluláteresztő szűrővel történő simítást elvégezve a becsült EAS jól közelíti a valósat. Az eredményeket a 17. ábra szemlélteti. A szimuláció 60. másodpercében jól látható a megjelenő szélzavarás, aminek hatására a becslési hiba is megnő, majd utána a becslő konvergenciája következtében újra lecsökken. Így a sebességbecslés biztató eredményt mutat, azonban az egyes becslők által szolgáltatott szélbecsléseket a 18. ábra alapján megvizsgálva láthatóvá válik a tesztkörnyezet korábban említett hátulütője. A 80



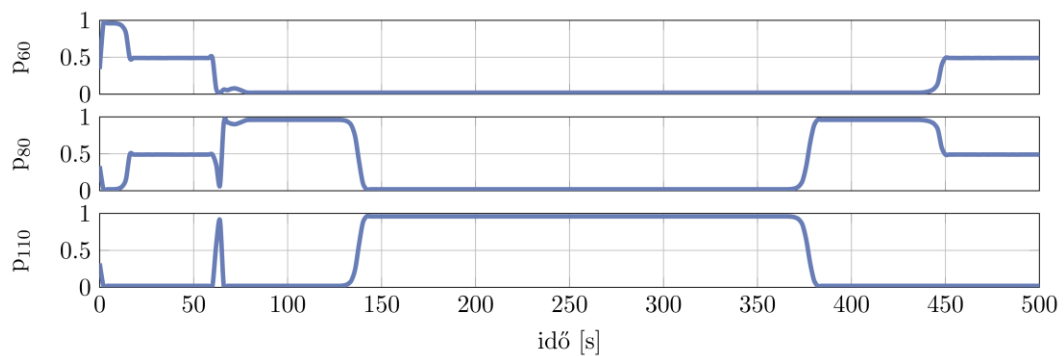
és 110 kts sebességekre tervezett szűrők nagyon hasonló becsléseket szolgáltatnak, ami a modellek közti kis különbségeknek tudható be.



17. ábra A becsült EAS



18. ábra A becsült szélkomponensek

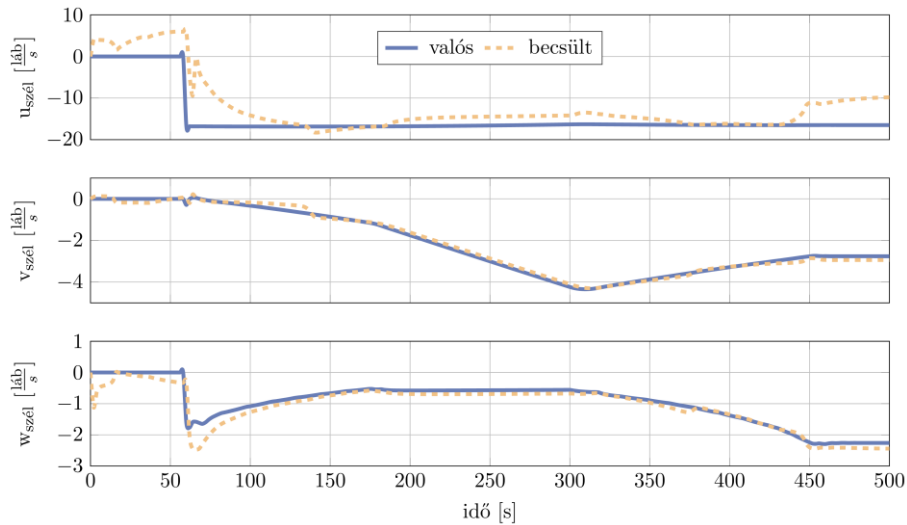


19. ábra A becslők súlyozó paraméterei

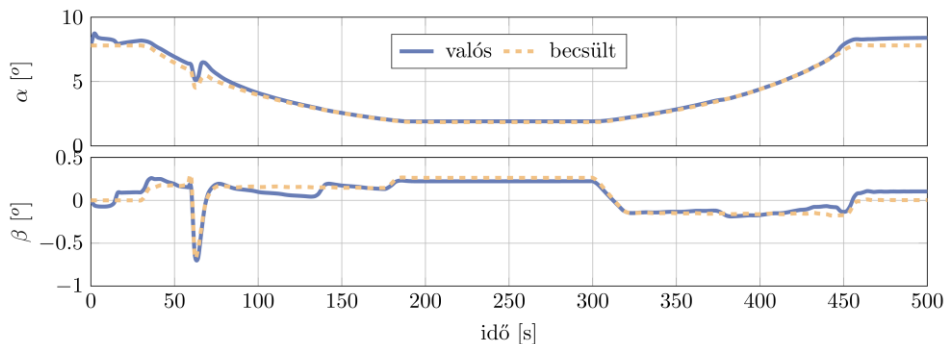
Azonban ha a módosított súlyozó formulákkal kapott súlyokat megvizsgáljuk (19. ábra), látható, hogy a szűrő képes megkülönböztetni a reziduál vektorok alapján a modelleket. Érdeemes

rámutatni a korábban már említett jelenségre, miszerint egyes esetekben a súlyozó algoritmus azonos súlyokat rendel két becslőhöz.

Mindezen bizonytalanságok ellenére amennyiben a valószínűségek alapján képezzük az egyes szűrők által becsült szélkomponensek összegét, az eredményül kapott szélvektor egy jó közelítése a repülőgépre ható valós szélzavarásnak. A legnagyobb becslési hiba a szimuláció elején és végén fordul elő, ahol a súlyozó algoritmus nem tudott dönteni a 60 és 80 kts sebességek mellett tervezett becslők között. A 20. ábra szemlélteti a szélkomponensek valószínűségek alapján súlyozott becslését. A föld-koordinátarendszerben értelmezett 10 kts nagyságú szélzavarás becslése test-koordinátarendszerben, láb/másodperc mértékegység mellett történt.



20. ábra A becsült szélzavarás vektor



21. ábra A becsült állás- és csúszási szögek

A pontos szélzavarás ismeretében az ( $\alpha$ ) állásszög, valamint a ( $\beta$ ) csúszási szög is számítható az

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{w_{\text{air}}}{u_{\text{air}}}\right), \quad \beta = \sin^{-1}\left(\frac{v_{\text{air}}}{TAS}\right), \quad (38)$$

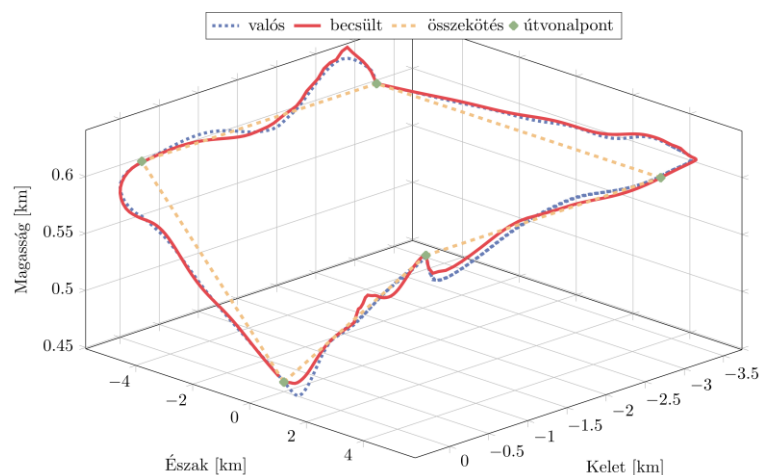
összefüggések segítségével. A 21. ábra alapján, ezen paraméterek is nagy pontossággal helyreállíthatóak.

### Útvonalpont követés

Ez a fejezet bemutatja a becslő algoritmus működését egy iskolakör repülés során, ahol a belső kör LPV szabályozója egyszer a valós, egyszer a becslült EAS-al kerül ütemezésre. Az iskolakör

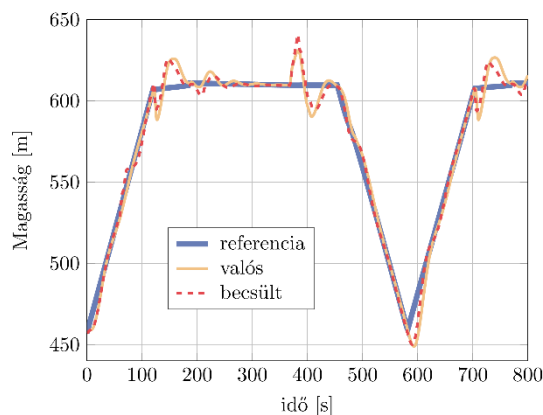
előnye hogy egy általános repülés minden fázisát tartalmazza (emelkedés, süllyedés, fordulás, gyorsítás, lassítás, vízszintes egyenes vonalú repülés). Az ehhez kapcsolódó útvonalpontokat a 22. ábra szemlélteti. A repülőgép az origóból indul, az északi irányba emelkedve. Emelkedés közben a 60. másodpercben egy szemből érkező konstans szélzavarás jelenik meg. Az első útvonalpontot elérve egy 90 fokos forduló után a második útvonalpont felé gyorsít. A második és harmadik pont között konstans sebességgel és magasságon repül, míg a harmadik és negyedik között lassít, a negyedik és az origó között pedig süllyed.

A sebességbecslést sikeresnek minősítjük, ha az ütemező valós sebesség helyettesíthető a repülés teljes időtartama alatt a becsült sebességgel, anélkül hogy a repülőgép útvonalpont követő képessége jelentősen romlana. A képességromlás egyik legjelentősebb jele, ha a két esetben kapott repülési trajektóriák nem esnek egybe. Ezen trajektóriák a korábban említett 22. ábrán láthatóak. Valós jelöli azt az esetet, amikor az ütemezési paraméter a valós mért sebesség, illetve becsült jelöli azt amikor az ütemezés a becsült paraméter alapján történt. Az első és harmadik útvonalpontok után egy jelentős magasságbeli túllövés vehető észre. Ennek oka az ugrásszerű sebességreferencia változás, melyet a szabályozó a gázkar állás módosítása mellett a bólintási szög megváltoztatásával kíván minél gyorsabban beállítani.

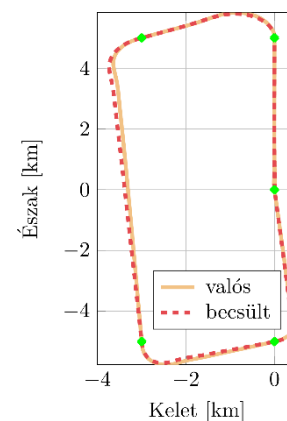


22. ábra A három dimenziós útvonal

A 23. ábra a magasságtartást, a 24. ábra az Észak-Kelet síkban történő útvonalpont követést mutatja be.

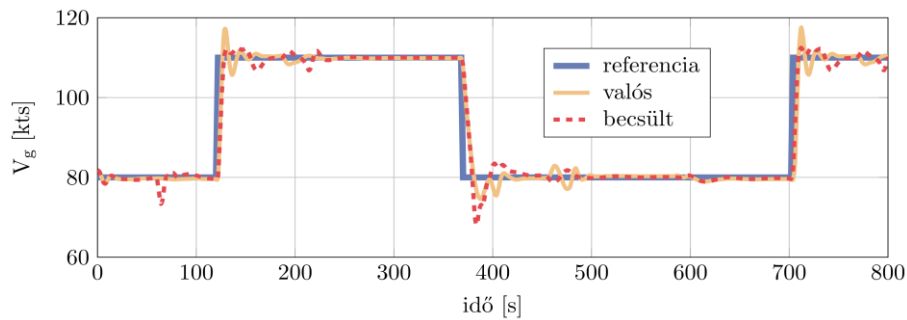


23. ábra Magasságreferencia követés

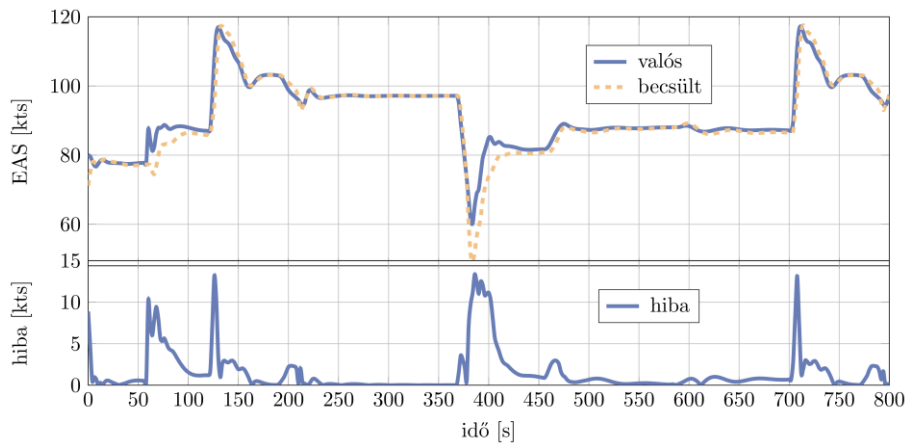


24. ábra Útvonalpont követés

A 25. ábra szemlélteti a robotpilóta földhöz képesti sebességreferencia követését abban az esetben, amikor a mért, illetve amikor a becsült sebességgel kerül ütemezésre. A 60. másodpercnél a szélzavarásból eredő hiba ezen az ábrán is tisztán látszik.

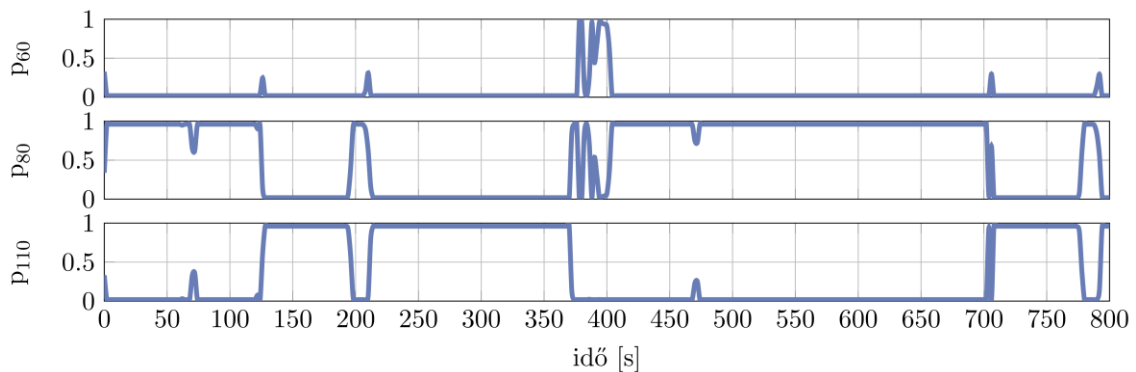


25. ábra TAS becslés és  $V_{ground}$  referencia követés



26. ábra EAS becslés

A teljes manőverező repülés alatt az EAS becslés hibája 15 kts alatt maradt, ahogyan ez a 26. ábrán is látható. A sebességkövetés túllendüléseiből adódóan a legjelentősebb hibák ott lépnek fel, amikor a repülőgép hossz tengely irányú szélből oldalirányú szélbe fordul, és megváltoztatja a sebességét.

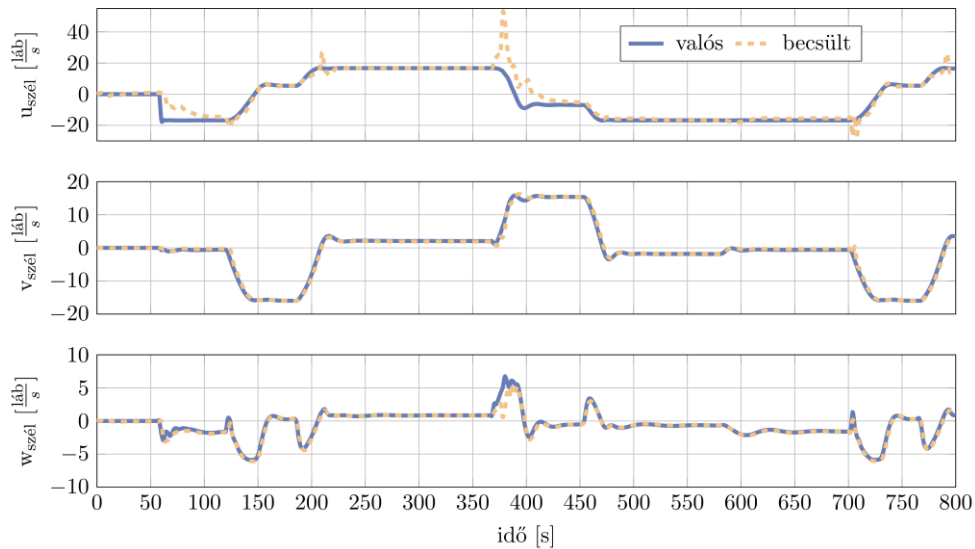


27. ábra Valószínűségek

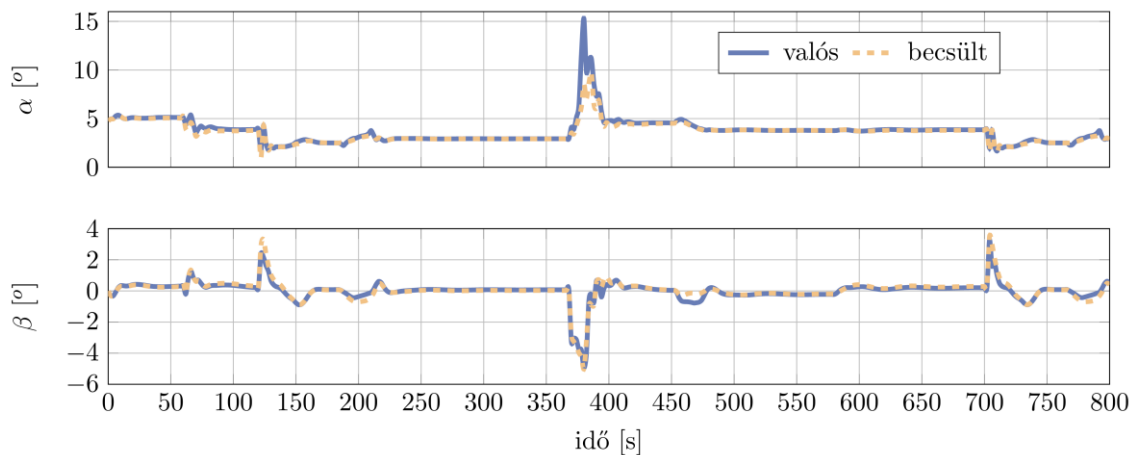
Repülés közben a súlyozó algoritmus megfelelő ütemben vált a kiválasztott modellek közt, azonban kialakulhatnak olyan esetek, amikor hibásan választ, ahogy a 27. ábrán a 400. másod-

perc környezetében is látható. Itt a repülőgép egy intenzív lassítást végez, mely során a sebességtartásban egy jelentős túllendülés figyelhető meg. A manőver befejeztével a súlyozás rövid időn belül bekonvergál a megfelelő modellhez.

A szélkomponensek becslése is megfelelő, leszámítva a korábban említett 400. másodperc körüli szakaszt. A szélkomponensek becslésén alapulva az állásszög és a csúszási szög is számítható a már korábban ismertetett módon. Ahogy a 29. ábra is mutatja, az állásszöget alulbecsülheti az algoritmus és így átesés elleni védelemhez nem minden esetben nyújthat megfelelő segítséget.



28. ábra Becsült szélkomponensek



29. ábra Állási és csúszásiszög becslés

## ÖSSZEGZÉS ÉS TOVÁBLÉPÉSI LEHETŐSÉGEK

A cikk egy több modellen alapuló, levegőhöz képesti sebesség becslésére vonatkozó becslési eljárást mutat be, ami egy lehetséges megoldás lehet abban az esetben, ha a Pitot-csőből eredő információk pontatlanok. A szakirodalomban a több modellen alapuló megközelítést időben állandó, a rendszerdinamikát befolyásoló ismeretlen paraméter meghatározására alkalmazzák, jelen cikkben ez került kiterjesztésre időben folytonosan változó paraméter, a levegőhöz képesti sebesség esetére. A becslő paraméter egy LPV szabályozó ütemezése során kerül felhasználásra.

A becslő eljárás elkészítése során a repülőgép eltérő sebességek mellett elkészített LTI modelljeit felhasználva ismeretlen bemenet becslők kerültek megtervezésre, melyek az ismeretlen szélsebesség komponensek becsléseit szolgáltatják. Ezen becslések egy a reziduál vektor alapján számított megfelelő súlyozásával az aktuális szélzavarás értéke kikeverhető. A szélháromszögre vonatkozó összefüggést, valamint a becsült szélzavarást felhasználva számítható a repülőgép levegőhöz képesti sebessége. A súlyozó algoritmus által felhasznált matematikai formulák az irodalomban létező megközelítések változtatásával kerültek előállításra. A módosított algoritmus konvergenciája a rendszer állandósult állapotára került bizonyításra.

Egy a cikkben bemutatott módszer szerint, egy robotpilóta rendszer is kifejlesztésre került melynek segítségével lehetőség nyílik az algoritmus tesztelésére manőverező repülés során is. Több teszt alapján bebizonyosodott, hogy az algoritmus képes lehet változó ismeretlen paraméter (levegőhöz képesti sebesség) becslésére is, azonban számos nyitott kérdés vár még megválaszolásra.

Az irodalomban létező megoldások, és az általunk adott bizonyítás is konstans ismeretlen paraméter esetére látja be a becslő algoritmus konvergenciáját. A későbbiekben performancia korlátok megadása szükséges arra vonatkozóan, hogy milyen manőverek, mekkora ismeretlen zavarások, illetve az ismeretlen paraméter milyen gyors változása mellett képes az algoritmus megfelelő konvergenciát biztosítani.

A robotpilóta rendszer számos alrendszerből (navigációs szabályozó, stabilizáló szabályozó, sebességbecslő) és több nemlineáris transzformációból épül fel. Egy későbbi kutatási munka során teljes rendszer stabilitását is bizonyítani szükséges.

#### FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] Péter Bauer, Tamás Baár, Tamás Péni, Bálint Vanek, and József Bokor. Application of input and state multiple model adaptive estimator for aircraft airspeed approximation. *IFAC-PapersOnLine*, 49(17):76–81, 2016.
- [2] Randal W Beard and Timothy W McLain. *Small unmanned aircraft: Theory and practice*. Princeton university press, 2012.
- [3] Peter Eide and P Maybeck. An mmae failure detection system for the f-16. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic systems*, 32(3):1125–1136, 1996.
- [4] Philippe Goupil, Josep Boada-Bauxell, Andres Marcos, Paulo Rosa, Murray Kerr, and Laurent Dalbies. An overview of the fp7 reconfigure project: industrial, scientific and technological objectives. *IFAC-PapersOnLine*, 48(21):976–981, 2015.
- [5] Vahid Hassani, A Pedro Aguiar, Michael Athans, and António M Pascoal. Multiple model adaptive estimation and model identification using a minimum energy criterion. In *American Control Conference, 2009. ACC'09.*, pages 518–523. IEEE, 2009.
- [6] Vahid Hassani, A Pedro Aguiar, Antonio M Pascoal, and Michael Athans. A performance based model-set design strategy for multiple model adaptive estimation. In *Control Conference (ECC), 2009 European*, pages 4516–4521. IEEE, 2009.
- [7] Vahid Hassani, António M Pascoal, A Pedro Aguiar, and Michael Athans. Multiple model adaptive estimation for open loop unstable plants. In *Control Conference (ECC), 2013 European*, pages 1621–1626. IEEE, 2013.
- [8] Tor A Johansen, Andrea Cristofaro, Kim Sørensen, Jakob M Hansen, and Thor I Fossen. On estimation of wind velocity, angle-of-attack and sideslip angle of small uavs using standard sensors. In *Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2015 International Conference on*, pages 510–519. IEEE, 2015.
- [9] Thomas Jordan, William Langford, Christine Belcastro, John Foster, Gautam Shah, Gregory Howland, and Reggie Kidd. Development of a dynamically scaled generic transport model testbed for flight research experiments. 2004.
- [10] Takahisa Kobayashi and Donald L Simon. Application of a bank of kalman filters for aircraft engine fault diagnostics. *ASME Paper No. GT2003-38550*, 2003.
- [11] F Adhika Pradipta Lie and Demoz Gebre-Egziabher. Synthetic air data system. *Journal of Aircraft*, 2013.

- [12] Matthew B Rhudy, Mario L Fravolini, Yu Gu, Marcello R Napolitano, Srikanth Gururajan, and Haiyang Chao. Aircraft model-independent airspeed estimation without pitot tube measurements. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 51(3):1980–1995, 2015.
- [13] Damiano Rotondo, Andrea Cristofaro, Vahid Hassani, and Tor Arne Johansen. Icing diagnosis in unmanned aerial vehicles using an lpv multiple model estimator. 2017.
- [14] Damiano Rotondo, Vahid Hassani, and Andrea Cristofaro. A multiple model adaptive architecture for the state estimation in discrete-time uncertain lpv systems. In *American Control Conference (ACC)*, 2017, pages 2393–2398. IEEE, 2017.
- [15] NASA AirSTAR: For the Sake of Pilots and Passengers url: <https://www.nasa.gov/larc/airstar-for-the-sake-of-pilots-and-passengers> (2018.03.19)

---

### **FLIGHT SAFETY ENHANCEMENT THROUGH AIRSPEED ESTIMATION**

---

*The paper provides a solution for total wind field reconstruction (3 dimensional airspeed, 3 dimensional wind speed, angle of attack, sideslip angle) in the presence of unknown wind disturbances. The method relies on LTI models of an aircraft at distinct airspeed values. The wind field estimation is carried out by the Multiple Model Adaptive Estimation approach. The applicability of the proposed approach is evaluated during simulations on the NASA Airstar platform. A waypoint following control architecture has been designed, which consists of PID and LPV controllers. To demonstrate the reliability of the proposed approach, the LPV controller is scheduled by the estimated airspeed, without significant performance degradation.*

**Keywords:** *airspeed estimation, wind estimation, Pitot icing, waypoint following, Linear Parameter-varying*

---

Baár Tamás (MSc)  
tudományos segédmunkatárs  
Magyar Tudományos Akadémia  
Számítástechnikai és Automatizálási Kutatóintézet  
Rendszer és Irányításelméleti Kutatólaboratórium  
baar.tamas@sztaki.mta.hu  
orcid.org/0000-0003-0036-4114

Tamás Baár (MSc)  
Research associate  
Hungarian Academy of Sciences  
Institute for Computer Science and Control  
Systems and Control Lab  
baar.tamas@sztaki.mta.hu  
orcid.org/0000-0003-0036-4114

Bauer Péter (PhD)  
tudományos főmunkatárs  
Magyar Tudományos Akadémia  
Számítástechnikai és Automatizálási Kutatóintézet  
Rendszer és Irányításelméleti Kutatólaboratórium  
bauer.peter@sztaki.mta.hu  
orcid.org/0000-0002-1925-2270

Péter Bauer (PhD)  
senior research fellow  
Hungarian Academy of Sciences  
Institute for Computer Science and Control  
Systems and Control Lab  
bauer.peter@sztaki.mta.hu  
orcid.org/0000-0002-1925-2270

---



[http://www.repulestudomany.hu/folyoirat/2018\\_1/2018-1-12-0458\\_Baar\\_Tamas-Bauer\\_Peter.pdf](http://www.repulestudomany.hu/folyoirat/2018_1/2018-1-12-0458_Baar_Tamas-Bauer_Peter.pdf)

